

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ  
ETAPA LOCALĂ – 16 FEBRUARIE 2019

Clasa a V-a

## Problema 1.

a) Andrei are o datorie de 575 lei. El este capabil să returneze, în contul datoriei, 25 de lei pe săptămână. În câte săptămâni își va plăti datoria?

b) Arată că oricare ar fi numărul natural  $n$ , numărul  $3 \cdot n + 6$  este divizibil cu 3.

c) În anul 2004, în România au avut loc alegeri prezidențiale și alegeri parlamentare. Alegerile prezidențiale au loc din 5 în 5 ani, iar cele parlamentare din 4 în 4 ani. Care este următorul an, după 2004, în care vor avea loc, simultan, alegeri prezidențiale și parlamentare?

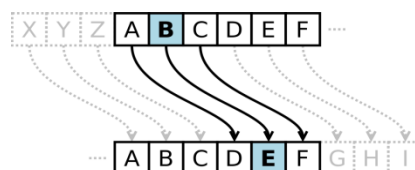
d) Istoricul roman Suetonius nota că Iulius Cezar:

„Dacă avea ceva confidențial de comunicat generalilor săi, scria încifrat, adică schimba ordinea literelor din alfabet, astfel încât nu se putea înțelege nici un cuvânt. Dacă cineva dorește să descifreze și să înțeleagă, trebuie să înlocuiască a patra literă din alfabet, adică D, cu A, și așa mai departe pentru celelalte.”

Acest procedeu este sugerat în figura alăturată. Observă, în plus, că litera X se înlocuiește cu litera A, litera Y se înlocuiește cu litera B și litera Z se înlocuiește cu litera C.

Pentru că literele alfabetului limbii latine sunt, în ordine: A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z, Iulius Cezar într-un mesaj către generalii săi, în locul cuvântului ZAR, ar fi scris CDU.

Cum ar fi scris Iulius Cezar cuvântul ASTERIX?



Adriana Constantin, Călărași

**Soluție:** a)  $575 : 25 = 23$  săptămâni; b)  $3 \cdot n + 6 = 3(n + 2) \Rightarrow 3 | 3 \cdot n + 6$ ; c) alegerile rezidențiale se desfășoară în anii: 2009, 2014, 2019, 2024, ..., iar alegerile parlamentare în anii: 2008, 2012, 2016, 2020, 2024, ..., rezultă că următorul an, după 2004, în care vor avea loc, simultan, alegeri prezidențiale și parlamentare este 2024.; d) DVWHULA

## Problema 2.

a) Într-o cutie sunt bile roșii, galbene, verzi, albe și negre. Cele roșii sunt mai multe decât cele verzi și mai puține decât cele negre, cele albe sunt mai multe decât cele negre, cele verzi sunt mai multe decât cele galbene. Dacă știi că sunt 11 bile roșii, 13 bile albe și 9 bile galbene, determină numărul bilelor din cutie.

b) La olimpiada de matematica, etapa locală, din cei 52 de elevi de la un centru de concurs, 46 de elevi au rezolvat prima problemă, 48 elevi au rezolvat a doua problemă, 39 de elevi au rezolvat a treia problemă și 28 au rezolvat a patra problemă. Arată ca cel puțin 5 elevi au rezolvat toate cele patru probleme.

Sorin Furtună, Călărași și Stelică Pană, Chirnogi

**Soluție:** a) Dacă  $r, g, v, a, n$  reprezintă numărul bilelor roșii, galbene, verzi, albe și negre, rezultă  $g < v < r < n < a \Leftrightarrow 9 < v < 11 < n < 13 \Rightarrow v = 10$  și  $n = 12$ . Numărul bilelor din cutie este  $9 + 10 + 11 + 12 + 13 = 55$ .

b) Sunt  $46 + 48 + 39 + 28 = 161$  rezolvări. Dacă fiecare din cei 52 de participanți ar fi rezolvat cel mult 3 probleme, atunci ar fi fost cel mult  $52 \cdot 3 = 156$  rezolvări. Rezultă că  $161 - 156 = 5$  elevi au rezolvat toate cele patru probleme.

**Problema 3.** Dreptunghiul din desenul de mai jos, divizat în  $14 \times 15$  pătrate mici, reprezintă peretele unei băi pe care vor fi montate plăci de faianță. Forma acestora este prezentată în Figura 1., Figura 2. și Figura 3.. Pătratele desenate pe perete și pe plăcile de faianță au toate aceleași dimensiuni.

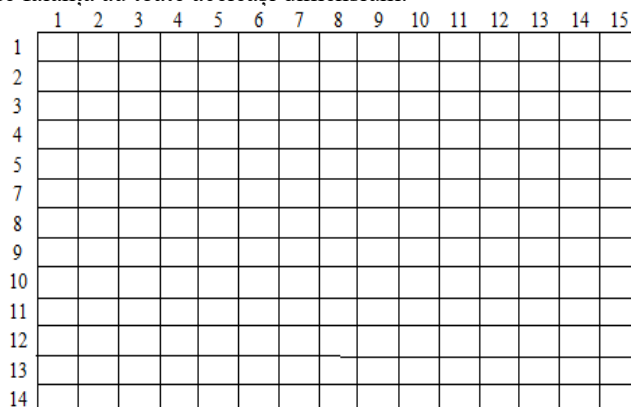


Figura 1.



Figura 2.

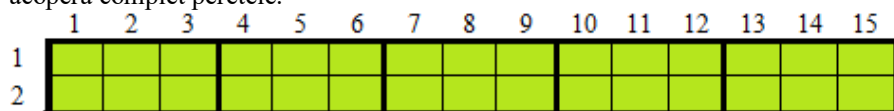
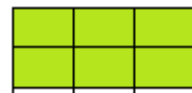


Figura 3.

- a) Arată că peretele băii poate fi acoperit complet numai cu plăci de faianță care au forma indicată în Figura 1.  
b) Arată că peretele băii nu poate fi acoperit complet numai cu plăci de faianță care au forma indicată în Figura 2.

Cristina Bornea, Călărași

**Soluție: a)** Se montează plăcile de faianță care au forma indicată în *Figura 1.*, două câte două ca în desenul alăturat. Cu șapte rânduri de câte 10 plăci, montate ca în desenul de mai jos, se acoperă complet peretele.



**b)** Peretele băii este acoperit complet de 210 pătrate, iar plăcile de faianță din *Figura 2.* conțin 4 pătrate. Peretele băii nu poate fi acoperit complet numai cu plăci de faianță care au forma indicată în *Figura 2.* pentru că 4 nu este un divizor al lui 210.

**Problema 4.** Un număr natural  $\overline{abcd}$ , cu cifre nenule, se numește „special” dacă  $a \cdot c + b \cdot d$  este pătrat perfect.

a) Scrieți cel mai mic și cel mai mare număr „special”.

b) Arătați că dacă  $\overline{abcd}$  este „special”, atunci și numerele  $\overline{bcda}$ , respectiv,  $\overline{dcba}$ , sunt „speciale”.

c) Demonstrați că suma tuturor numerelor „speciale”, formate cu cifre distincte, este divizibilă cu 2222.

*Relu Ciupea, Oltenița*

**Soluție: a)** Numerele 1111 și 1112 nu sunt „speciale”. Numărul 1113 este număr „special” pentru că  $1 \cdot 1 + 1 \cdot 3 = 2^2$ .

Numerele 9999 și 9998 nu sunt „speciale”. Numărul 9997 este număr „special” pentru că  $9 \cdot 9 + 9 \cdot 7 = 12^2$ .

**b)** Pentru că adunarea și înmulțirea numerelor naturale sunt operații comutative  $a \cdot c + b \cdot d = b \cdot d + c \cdot a = d \cdot b + c \cdot a \Rightarrow$  că dacă  $\overline{abcd}$  este „special”, atunci și numerele  $\overline{bcda}$ , respectiv,  $\overline{dcba}$ , sunt „speciale”.

**c)** Oricare ar fi numerele  $a, b, c, d$  este adevărat că:

$$a \cdot c + b \cdot d = b \cdot d + c \cdot a = d \cdot b + c \cdot a = a \cdot c + d \cdot b = b \cdot d + a \cdot c = d \cdot b + a \cdot c = c \cdot a + b \cdot d = c \cdot a + d \cdot b,$$

rezultă că pentru orice număr „special”, există alte 7 numere „speciale”, care pot fi obținute schimbând locul cifrelor acestuia, deci putem grupa toate numerele „speciale” în grupe de câte 8 numere.

$$\overline{abcd} + \overline{cbad} + \overline{adcb} + \overline{cdab} + \overline{badc} + \overline{bcda} + \overline{dabc} + \overline{dcba} =$$

$$2000(a+b+c+d) + 200(a+b+c+d) + 20(a+b+c+d) + 2(a+b+c+d) = 2222(a+b+c+d)$$

*Probleme au fost selectate și prelucrate de inspectorul școlar Gheorghe Stoianovici*

*Succes*

**Baremul de notare este: Problema 1. a)** 1 punct, **b)** 2 puncte, **c)** 2 puncte, **d)** 2 puncte; **Problema 2. a)** 3 puncte, **b)** 4 puncte; **Problema 3. a)** 3 puncte, **b)** 4 puncte; **Problema 4. a)** 2 puncte, **b)** 2 puncte, **c)** 3 puncte.